

## ИЗЛАЗ ИЗ МАТЕМАТИЧКОГ ЛАВИРИНТА

**Апстракт:** Лавиринт је одувек био интригантан симбол који симболички представља животно путовање. И математички лавиринт је врста лавиринта којим ученици понекад лутају, а понекад јасно и одлучно виде куда иду. Понекад се осећају несигурно, изгубљено и уплашено, а понекад испуњено, надахнуто и сигурно. Овај рад открива како разумевање математичког лавиринта доприноси бољој реализацији наставе математике, квалитетнијој сарадњи између наставника и ученика као и самом разумевању математике и свих потецијала које симболизује. У математичком лавиринту ученици могу да сретну ратника и учитеља, Тезеја и Минотаура, светлост и таму и да сакупе искуства, знање, математичке плодове који их воде до средишта и целовитости.

**Кључне речи:** математички лавиринт, ученик, наставник

### УВОД

У природи нема равних линија. Доминирају округласти, спирални, заобљени облици. Посматрајмо само облаке, реке, планине, шуме, ... Настава математике, такође, није равна линија. Равне линије су настале у главама ученика, градећи зидове не само у физичком свету, него и у сопственим уверењима. Њихови планови могу бити равне линије које их воде од тачке А до жељене тачке Б, али ће их наставни процес понекад нежно скренути, понекад грубо избаци са равних линија и натерати их да изађу из зоне комфора, да се сналазе, да размишљају, да закораче у математички лавиринт. Када уоче скретања и спирале, кривуље и завијутке, узлазне и силазне путање математичког лавиринта, биће оспособљени да мирније и сталоженије прате његове природне линије.

---

<sup>1</sup> ruzajelicic12@gmail.com

Математички лавиринт има један улаз који је истовремено и излаз. Позива ученике да закораче у њега без страха, па их меканим, кружним стазама води равно у средиште. У математичком лавиринту нема слепих улица и раскрсница. Уласком у њега ученици улазе у пустиловину откривања математике. Када стигну до центра, пронашли су начин како да интегришу прикупљена знања, искуства, мудрости. Потом истим, сигурним путем могу да изађу из лавиринта и другима и свету дарују стечено математичко богатство. Математички лавиринт симболизује математичко путовање које се са спољашњих линија креће према средини, према целовитом знању. Стазе лавиринта симбол су стаза математичког путовања које је пуно завијутака. Понекад се ученицима чини да иду уназад, да не виде шта их чека иза идућег скретања. Потребно је да се крећу том стазом са пуно поверења и са позитивним уверењима. Понекад ученици корачају јако сигурно, самоуверено и храбро, понекад их обузме умор, сумња, несигурност. Али докле год корачају напред, стићи ће до средишта – целовитог и репрезентативног математичког знања.

### УЛАЗ У МАТЕМАТИЧКИ ЛАВИРИНТ

#### -Позитивна уверења значе успех-

Успех почиње с уверењем о успеху (Dvek, 2020). Сваки ученик који закорачи у математички лавиринт гесло *Ja ћу успети* треба дубоко да усади у себе. Мора из мисли истерати све сумње, несигурности, ограничења и оклевања. Тако ће кренути ка циљу, ка остварењу својих замисли, потенцијала и жеља. Ученик који изгуби циљ из вида, спотакнуће се о самог себе, о своја бесциљна уверења. Циљеви без икаквих препрека не постоје. Препреке спадају у свакодневни школски живот само је битно да их ученици не прецењују. Без издржљивости, дисциплине, сигурности, учења, вежбе не може се остварити успех у математици (Sharma, 2001). Успех је тренинг који полази из самог ученика који можемо назвати аутогени тренинг (Ђukić, 2015; Lindemann, 1979). Само од ученика зависи да ли ће стазом математичког лавиринта ходати пажљиво и концентрисано, самодисциплиновано и са позитивним уверењима, са љубављу и поштовањем према математици. Само од ученика зависи да ли ће стићи до средишта, да ли ће своје циљеве испунити до краја или их оставити недовршене и празне (Džonson, 2019).

Многи ученици се поистовећују са својим негативним уверењима. *Не моју да савладам математику, Математика је тешка, Носим брине од математике, ...* Као резултат негативних уверења постају уплашени и плаше се да траже оно што заиста желе. Плаше се да не испадну рањиви, повређени и одбијени. Као резултат негативних уверења постају пасивни, навикавају се на мање од онога што су њихови таленти, капацитети, могућности. Немају храбрости да траже нити самодисциплине да стварају. Одустају од циља трошећи своју енергију да се заштите од авети које су креирали у глави, уместо да ту енергију уложе у оно што желе (Džonson, 2019). Позитивна уверења су најприродније, најделотворније, најједноставније средство за постизање успеха у математици (Sharma, 2001). Сваки ученик се може оспособити да помогне самоме себи, да организује свој аутогени тренинг, да фокусира своје мисли на ослобађање од страха, негативних уверења, неуспеха (Ђukić, 2015; Lindemann, 1979).

Позитивна уверења поседују снагу остварења. Слободан је само онај ученик који влада својим мислима. Познат је мото: *Оно што мислим то ћу и остварити. Свако је оно што мисли да јесте*. Нада, чврста вера, концентracија, унутрашња мотивација представљају квалитетну организацију и усмеравање пажње на схватање и обликовање мисаоног и вредносног садржаја кроз своје Ја (Leman, 2011). Код ученика треба пробудити самопоуздање, способност самоса- владавања, устрајност и чврстоћу. Према искусном психотерапеуту Клаус Томасу (Lindemann, 1979) аутосугестивне замисли морају бити кратке, да буду позитивне и требају да одговарају личности онога који их замишља. Сваког ученика треба научити аутосугестивном геслу *Rad радуге* које бисмо могли презицијне формулисати преко реченица: *Успешћу ћу, Постићући ћу циљ, Мајхематичку радим радо, мирно и сабрано, Задаћке радим добро и мирно, Мајхематичку радим радосно и ојушћено, Памћење ради, мајхематичке мисли стварају...*

## ВОДИЧ КРОЗ МАТЕМАТИЧКИ ЛАВИРИНТ

### -Наставник математике-

Да би се у настави математике неговала мотивација ученика, наставник мора исказивати емотивну топлину и самопоуздање, имати позитивне ставове према учењу математике, математичком образовању и знању, треба бити заинтересован за успех својих ученика и примењивати демократске методе у образовању и васпитању (Sharma, 2001). Дobar наставник плански, организовано и стручно ради на математичком образовању ученика и развоју њихових природних предиспозиција. Да би се у томе успело, на часовима математике је неопходно стварати услове у којима ће ученици осећати слободу у самосталном изражавању мишљења, у којима ће се задовољити њихова радозналост, стцати нова знања и вештине, позитивно оцењивати нови закључци и идеје (Vasilev, 2007).

Идеал математичког образовања је *Ученик који кријички мисли*. Оно што се учи мора бити прерађено личним мисаоним напором ученика. Ученик ново знање мора прерадити, самостално анализирати и закључити, научно проверавати у пракси, о свему критички мислити. Ученици треба да буду оспособљени да у току стицања математичког знања самостално проматрају, истражују, закључују и стварају (Sharma, 2001). Решавање проблема у настави математике омогућује успешан развој продуктивног мишљења ученика. Ученици уче путем утврђивања и разумевања унутарње структуре градива, уочавају везе и однос између познатог и непознатог, упоређују, анализирају, синтетизирају, закључују, генерализују, дефинишу и решавају проблем (Sharma, 2001).

Наставник треба код ученика да негује стваралачко мишљење чије су одлике оригиналност, долажење до нечег новог, необичног и особитог. На овај начин ученици откривају оригинални пут кроз математички лавиринт. Дају нове идеје, решења и одговоре. Ученик код кога је пробуђено стваралачко мишљење у стању је другачије организовати градиво, на нов начин га тумачити, увиђати нове функције постојећих елемената за решавање проблема (Brajson i Sigl, 2019). Мисаоно активирање ученика доприноси повећању квантума математичког знања, трајности и већој применљивости стеченог знања, успешнијем учењу помоћу трансфера, умањи-

вању грешака, већој оспособљености за самосталан рад и учење, развоју критичког и стваралачког мишљења и деловања, флексибилности и флуентности математичког мишљења, живахности наставне атмосфере, упорности и доследности у трагању за рационалним путевима у математичком лавиринту, стварању задовољства, сигурности и надахнућа приликом решавања неког математичког задатка или проблема и слично (Brajson i Sigl, 2019).

Наставник не сме да дозволи да ученици само пасивно слушају. Он/она акценат морају ставити на природне нагоне ученика – друштвени нагон, нагон за градњу и нагон за истраживање. Правилном организацијом наставе математике могуће је већину ученика оспособити за стваралачки и истраживачки рад. То се постиже тако што у току настава математике ученици постављају хипотезе, решавају задатке и проблеме, упоређују и размењују мишљења, идеје и закључке, наводе нове примере, примењују оно што су спознали, постављају питања (Sharma, 2001). Наставник треба да инсистира на максималном интелектуалном и истраживачком напору при учењу математике. Наставник треба да потенцира приступ да у настави математике ученици самостално долазе до открића, да усвојене чињенице класификују на одговарајући начин и да их мисаоно прерађују (Sharma, 2001).

Бит математичке наставе је да се сви ученици у разреду покрену на активан умни рад, да им се омогући усвајање нових знања и установљавање нових веза и закључака о проучаваним предметима и појавама. Квалитетна комуникација у великом степену омогућава развијање пажње, фокуса, самосталног мишљења и говора ученика (Brajša, 1994; Brajša, 2013). То се постиже тиме што наставник поставља пред ученике тему разговора, поставља одговарајућа питања, усмерава одговоре ученика и води их ка правилним и јасним закључцима и уопштавањима (Brajša, 1994; Brajša, 1996). То је такав однос у којем и једна и друга страна заузимају наизменично позицију и субјекта и објекта, али је свака од њих јединствени и аутентичан центар властитих потреба, идеја и жеља. У њему морају да владају реципроцитет, обострани активни ангажман, границе које морају да буду јасне и селективно пропусне. Да би се све наведено постигло и наставници и ученици морају радити на себе. Морају анализирати, упознавати и усавршавати себе, имати увид у своје понашање и реаговање у току разговора, прихватити себе и саговорника такви какви јесу, без страха и дозирањем откривати себе другима (Brajša, 2013).

## ИЗЛАЗ ИЗ МАТЕМАТИЧКОГ ЛАВИРИНТА

### -Путокази кроз лавиринт-

У току октобра ове школске године ученици Политехничке школе у Суботици из одељења ЛТ – 211 (друга година/ликовни техничар) су на часовима математике имали прилику да представе своје домаће задатке на тему *Излаз из математичког лавиринта*. Домаћи рад су радили по упуствима из књига Спенсера Џонса (2019) *Ко је мазнуо мој сир?* и *Излаз из лавиринта*. Ученици су својим креатвним и иновативним идејама допринели да настава буде богатија, лепршавија и занимљивија. У наставку су наведени заједнички закључци ученика као и домаћи рад који је одабран као најоргиналнији.

Ученици су осмислили следеће путоказе кроз математички лавиринт:

- **Постављање јасно и прецизно дефинисаног циља** - Да би успео стабилно да корача математичким лавиринтом потребно је да ученик има јасно постављен циљ што доводи до тога да му мисли буду смиреније, јасније и фокусираније.
- **Размислите у чему сте погрешили** - Када ради неки математички задатак или разматра неки математички проблем без обзира на његову комплексност ученик мора да прихвати да је неуспех увек могућ. Да би у будућности избегао питање: *Где сам њој решио?* ученик мора бити искрен према себи преиспитујући своје грешке у прошлости. Ученик треба да одвоји време да размисли и схвати шта је пошло по злу, где је дошло до кочнице и зашто одабран пут није добар. Тек тада може да почне да саставља нови план са стратегијом за постизање успеха. То је план који ће му помоћи да постигне жељени напредак.
- **Преиспитати своје могућности, ставове, вредности и одлучити шта желите да урадите следеће** - Пре него што направи корак напред на свом изабраном путу ученик се мора уверити да су темељи чврсти. Како би избегао да му циљ избледи и пре него што је почео њиме да се бави ученик мора да поведе рачуна да је одлука донешена у складу са његовим/њеним потенцијалима, могућностима и реалним знањем. Избор једног пута значи одустајање од осталих, али то не значи да после ученик не може да исправи смер избором другог ако ствари не функционишу и осећа се несигурним.
- **Победити страх од грешке и скупити храброст за промену** – Ученик често осећа страх када се нађу у математичком лавиринту који представља неистражену и нову територију; излазак из зоне комфора. Ученику се може десити да погрешно скрене, донесе погрешну процену и залута. Тада се осећа изгубљено, дезоријентисано и преплашено. На тај начин развија навику да претерано сумња у себе, губи самопоуздање, претерано анализира сваки потез који намерава да преузме и оклева. Ученик мора да научи како да се у непознатом осећа пријатно уместо да се плаши и ужасава. Мора да постави себи питање: *Да ли је страх јачи од вере у нејознајно (и себе) или је вера у нејознајно (и себе) јача од страха?*
- **Потражити помоћ од наставника када осетите потешкоћу** – Наставник математике је кључна особа која помаже ученицима са математичким потешкоћама. Наставник лако може да идентификује врсту математичке тескобе, да идентификује узрок и извор те тескобе, одреди у чему је ученик јак, а у чему је слаб. Потребно је да наставник ублажи притисак који ствара тескоба. То је могуће остварити када се наставник према ученику опходи са поштовањем, са разумевањем, са симпатијом, целим својим бићем покзујући да му је стало до ученика. Наставник мора да увери ученике да математика није само школски предмет, већ је животно потребна активност.
- **Препознати препреку и осмислити план за уклањање исте** – Ученик мора да послуша... Импулс који слуша, импулс из којег делује, јесте импулс који оснажује. Закон акције и реакције. Када дијагностификује шта омета или блокира напредак

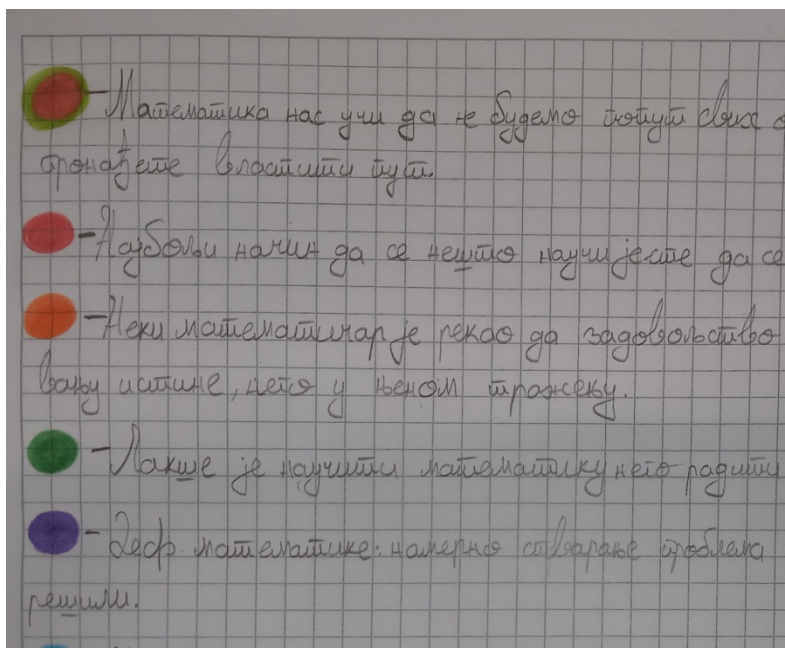


следећи корак ученика је да увиди шта може да уради да би дату препреку склонио са пута. То би могло да значи додавање или елиминисање нечег из ранијих навика, уверења, поступака, начина приступања задатку или постављеном проблему.

Такође, ученици су одабрали и најоригиналнији рад од представљених радова (слика 1 и слика 2).



Слика 1. Излаз из математичког лавиринта



Слика 2. Путокази кроз математички лавиринт

У одабраном раду сваки обојени круг представља одговарајући путоказ (слика 2). Црвени круг : *Најбољи начин да се нешто научи јесте да се самостално открије*; наранџасти круг: *Неки математичар је рекао да задовољство лежи не у откривању истине, него у њеном изражењу*; зелени круг: *Лакше је научити математику него радити без ње*;...жути круг који представља и излаз из лавиринта: *Не учимо за школу него за животи!*

## ЗАКЉУЧАК

И у математичком лавиринту постоји Минотаур митолошко чудовиште које улива страх. Јер шта је математичко путовање без изазова? Изазови разоткривају ученицима њихову сопствену снагу и одлучност, способност да савладају тешка искуства, препреке и страх. Понекад ученици осећају немоћ, безнађе, празнину таме која би могла да их прогута. Ослобађајући своје успаване потенцијале, способности и вештине у ученицима се буди осећај моћи, преображавају се у снажна и искусна бића која се успешно супростављају Минотауру.

На путу према средишту лавиринта ученици уче, сакупљају искуства и проналазе средиште. Мирну тачку у којој се сажимају знање, снага и љубав. Из те мирне тачке око које се све остало врти и креће ученици могу да донесу квалитетније одлуке, живе креативност и љубав, развију хармоничније односе, створе прави математички успех. И да поново крену према спољним стазама лавиринта, несебично делећи сакупљено математичко знање на путу према излазу, према новом лавиринту ... Према круговима постојања који теже ка бесконачности.

## Литература

1. Brajson, T. P., Sigl, D. Dž. (2019). *Snaga pozitivno oblikovanog mozga: Kako kultivisati hrabrost, radoznalost i otpornost kod svog deteta*. Split: Harfa.
2. Brajša, P. (1994). *Pedagoška komunikologija*. Zagreb: Školske novine.
3. Brajša, P. (1996). *Umijeće razgovora*. Pula. C.A.S.H.
4. Brajša, P. (2013). *Bez razgovora se ne može: Kvalitetnijim razgovorom do sebe i drugih*. Zagreb: Glas Koncila.
5. Vasilev, S. (2007). *Didaktika*. Beograd: Draslar.
6. Dvek, S. K. (2020). *Mentalni sklop: Nova psihologija uspeha*. Split: Harfa.
7. Đukić, N. (2015). *Autogeni trening za početnike*. Beograd: Leo Commerce.
8. Leman, I. (2011). *Motivacija: Kako da pomognemo detetu u učenju*. Beograd: Laguna.
9. Lindemann, H. (1979). *Autogeni trening*. Zagreb:Prosveta.
10. Sharma, C. M. (2001). *Matematika bez suza: Kako pomoći djetetu s teškoćama u učenju matematike*. Donji Vukojevac: Ostvarenje.
11. Džonson, S. (2019). *Izlaz iz lavirinta*. Beograd: Vulkan izdavaštvo.
12. Džonson, S. (2019). *Ko je maznuo moj sir?*. Beograd: Vulkan izdavaštvo.

## EXIT FROM THE MATHEMATICAL LABYRINTH

**Abstract:** The labyrinth has always been an intriguing symbol symbolizing life's journey. And the mathematical labyrinth is a kind of labyrinth through which students sometimes wander, and sometimes clearly and decisively see where they are going. Sometimes they feel insecure, lost and scared, and sometimes they feel fulfilled, inspired and safe. This paper reveals how the understanding of the mathematical labyrinth contributes to a better implementation of mathematics teaching, better cooperation between teachers and students, as well as to the understanding of mathematics and all the potentials it symbolizes. In the mathematical labyrinth, students can meet the warrior and the teacher, Theseus and the Minotaur, light and darkness and gather experiences, knowledge, mathematical fruits that lead them to the center and wholeness.

**Key words:** mathematical labyrinth, student, teacher

*Раг ѓримљен: 28. 10. 2022. / Раг ѓрихваћен: 4. 12. 2022.*