
Тамара С. Милутинов¹
ОШ „Милена Павловић Барили“, Београд

Прегледни рад
Методичка пракса број 1/2020
УДК: 371.64/.69::5
371.3::51-053.5)
стр. 25 - 38

ПОЧЕЦИ РАЗВОЈА НАСТАВНИХ СРЕДСТАВА У НАСТАВИ РАЧУНА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Апстракт: Потреба за рачунањем вишецифрених бројева је подстакла људе да осмисле помагала која им могу помоћи у томе, а која данас ученицима олакшавају рачунање. У раду је дефинисан појам наставних средстава, дат приказ почетака развоја наставних средстава за рачунање у различитим културама и представљена су нека стара наставна средства коришћена у Србији крајем XIX и почетком XX века. Циљ рада је указивање на основе развоја наставних средстава (учила) у настави рачуна у млађим разредима основне школе. Сврха рада је упознавање учитеља са почецима развоја наставних средстава за рачунање и могућностима примене истих, ради што разноврснијег приступа ученицима током обраде наставних садржаја о бројевима и рачуну. Преглед је урађен историјском и компаративном методом.

Кључне речи: наставна средства, абакус, методика наставе математике, млађи разреди основне школе, средства за рачунање, овладавање бројевима.

¹ milutinov.tamara@gmail.com

УВОД

Задатак учитеља је да пронађе начин да наставне садржаје што једноставније и боље приближи ученицима као и да препозна наставна средства која му у великој мери могу помоћи у том задатку. Велики број наставних средстава је заменио рачунар, али потреба за визуелним и манипулативним наставним средствима која омогућавају ученицима да манипулишу предметима је неизоставна. Неки од тих су: абакуси и специјализована дидактичка средства (жетони, логички блокови, апоени новца, бојице, оловке и слично).

Потреба за рачунањем вишецифрених бројева је подстакла људе да осмисле помагала која им могу помоћи у томе, а која данас ученицима олакшавају рачунање.

Значајно је указати на наставна средства која су различите културе користиле у прошлости, јер се поједина и даље користе у школама. Једно од тих је руска рачунаљка, али је корисно споменути и остала.

Наставна средства **Дефинисање појма наставна средства**

У *Лексикону образовних термина* наставна средства дефинисана су као „дидактички обликовани предмети који олакшавају учење посредујући између садржаја, наставе и ученика.“²

Наставна средства олакшавају ученицима разумевање наставних садржаја, те је на учитељу тежак задатак да изабере наставно средство које одговара наставном садржају. Визуелна и манипулативна наставна средства у великој мери олакшавају ученицима разумевање појмова бројева и њихово рачунање.

Почеци развоја наставних средстава

Човек је прво научио да броји, потом бројевима дао називе и представио их знаковима. Након тога је почео да изводи једноставније рачунске операције помоћу прстију. Људи су рачунали прстима једне руке, потом и друге, а онда су се користили и прстима на ногама. Рачунањем једном руком настаје систем са основом 5, а прсти двеју руку нам дају декадни бројевни систем, којим се и данас служимо.

² Нада Вилотијевић и Мирослава Ристић, „Наставна средства“ у *Лексикон образовних термина*, (Београд: Учитељски факултет, 2015), 489.

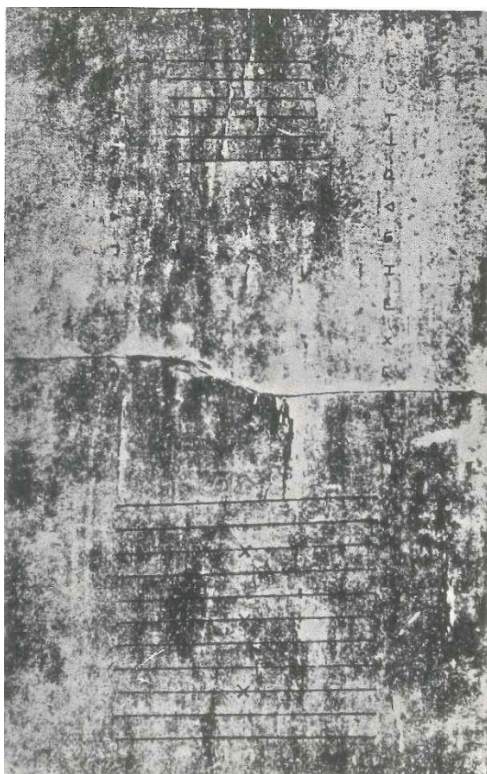
Немогућност да се вишецифрени бројеви израчунају на прсте проузроковала је настанак справе за рачунање која је код Грка, Римљана и Европљана названа *абакус*, код Кинеза *суан-пан*, код Руса *рачунаљка*, код Јапанаца *соробан*, код Срба *песои*.³

Иако су справе за рачунање функционисале и кориштене на сличан начин, могу се поделити у две групе. У прву групу спадају рачунске плоче које називамо **абакус** или **абак**. Оне имају означене ступце (колоне) по којима су се на одређен начин померали каменчићи или жетони. Другу групу чине рачунске справе на којима су куглице или чунићи нанизани на паралелне шипке или жице. Једна од таквих справа је кинески **суанпан** као и његова напреднија верзија **соробан** настала у Јапану.⁴

Абакуси су прво били дрвене, камене или металне плоче преко којих је био присут песак или прашина. Тврдим предметом су на песку прављене колоне и каменчићима би се број представљао позиционо.⁵ Овакав начин рачунања на абакусу је оставио траг и у језику. На латинском „*calcularе*“ значи „рачунати“. Тај глагол настаје од речи „*calculus*“ што значи „камечић“. Значи да је рачунање „коришћење каменчића“.⁶

300.

по и



Један од најбоље сачуваних и најпознатијих абакуса Старе Грчке је *Саламинска табла* која је коришћена око године пре нове ере, а пронађена је на грчком острву Саламини 1846. године. Направљена је од мрамора дужине метар и ширине три четвртине метра.⁷

Њен средишњи део састоји се од стубаца који с десна на лево имају вредности 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000. Свака од тих вредности је имала ознаку у архаичном грчком писму, попут римских бројева.

Када бисмо на пример желели да запишемо број 6256 (шест хиљада двеста педесет шест) на плочу из Саламиса представили бисмо га као

Слика 1. Абакус са острва Саламина
(Извор: Владимир Девиде, *Математика кроз културе и епохе*, (Загреб: Школска књига, 1979), 48)

³ Мирко Дејић, „Абакуси-древне и савремене „машине“ за рачунање“, *Методичка пракса 2-3* (2009): 26.

⁴ Владимир Девиде, *Математика кроз културе и епохе*, (Загреб: Школска књига, 1979), 49.

⁵ Дејић, „Абакуси...“: 27.

⁶ Види фусноту број 8 изнад.

⁷ Ibid.; Дејић, „Абакуси...“: 28.

$6256=5000+1000+100+100+50+5+1$. У колону где је означено 5000 ставили бисмо један каменчић, у колону која носи вредност 1000 ставили бисмо исто један каменчић, у колону која носи 500 ништа, у колону која носи 100 ставили бисмо два каменчића, у колону која носи 50 један каменчић, у колону која носи 10 ништа, у колону која носи 5 један и у колону која носи вредност 1 ставили бисмо један каменчић. Слично бисмо поставили и број 1987 (хиљаду деветсто осамдесет седам): један каменчић у колону за хиљаде, један у колону за петсто, четири каменчића у колону за сто, један у колону за педесет, три каменчића у колону за десет, један у колону за пет и два каменчића у колону за јединице.

Како бисмо сабрали 6256 и 1987? На таблици би изгледало овако:

5000	1000	500	100	50	10	5	1
x	x		xx	x		x	x
	x	x	xxxx	x	xxx	x	xx

(Сваки „x“ представља један каменчић. У првом реду је помоћу x представљен број 6256, а у другом број 1987.)

„Сабрати“ значи „здржити“. Збир $6256+1987$ ће имати у колони за јединице три каменчића. У колони за пет би имао два каменчића, али ћемо их склонити и заменити једним додатним каменчићем у колони за десет. Значи збир неће имати ниједан каменчић у колони за пет, али ће имати четири у колони за десет. У колони за 50 би требало да има два каменчића, које ћемо склонити и заменити једним додатним каменчићем у колони за сто. У колони за стотине би имао шест, али ће имати седам каменчића. Склонићемо пет каменчића из колоне за стотине и заменити их једним каменчићем у колони за петсто, те ће у колони за стотине остати два каменчића а у колони за петсто ће бити два каменчића. Два каменчића из колоне за петсто ћемо уклонити и заменити једним каменчићем у колони за хиљаду, те ће у колони за хиљаду да буде три каменчића. У колони за пет хиљада остаје један каменчић.

Према томе, тражени збир се може представити овако:

5000	1000	500	100	50	10	5	1
x	Xxx		xx		xxxx		xxx

Значи, $6256+1987=5000+3000+200+40+3=8243$, осам хиљада двеста четрдесет три.⁸

⁸ Девиде, *Математика...*: 49–50.

Римљани су користили металну плочу која је била подељена на 9 колона или жљебова и у сваки од њих су се могли стављати жетони или каменчићи. Седам од девет жљебова су давали могућност да се читају јединице, десетице, стотине, хиљаде, десетице хиљада, стотине хиљада и милиони. Два жљеба са десне стране плоче су служила за разломке. Жљебови за целе бројеве су били подељени на два дела, у горњем је био један, а у доњем четири жетона. Први жљеб за разломке такође је био подељен, али је горњи део садржао један, а доњи пет жетона. Тај жљеб је коришћен за записивање дванаестина. Први жљеб са десне стране плоче је био подељен на три дела при чему је горњи давао двадесет четврте делове броја, средњи четрдесет осме делове, а доњи седамдесет друге делове броја. На плочи су означене римске цифре I, X, C. Стављајући жетоне у одређене жљебове (јединица, десетица, стотина,...) записивао се жељени број.⁹



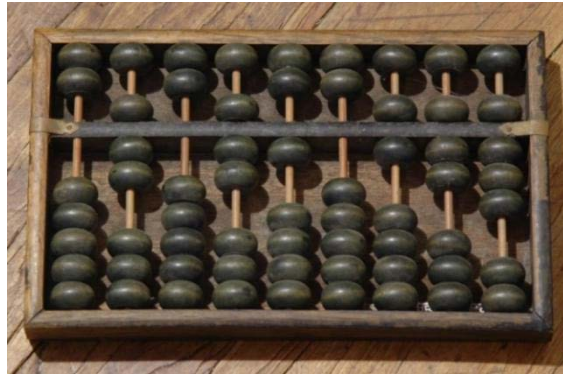
Слика 2. Римски абакус (Извор: <https://nsarke.wordpress.com/2013/05/26/11/> преузето 9.4.2019. у 19:40ч)

Кинеска врста абакуса, **суанпан**, појавио се вероватно у VI веку нове ере. Савременија врста овог абакуса је настала касније, очигледно у дванаестом веку.

Суанпан је правоугаони оквир у ком се налази девет и више паралелних шипки или жица. Пречком се суанпан дели на два неједнака дела. Доњи велики део („земља“) на свакој шипки има по пет перли (кугла), а горњи мањи део („небо“) има по две. Доња свака перла вреди један, те тих пет перли вреди пет прстију. У горњем делу свака перла вреди пет, те две перле вреде као прсти две руке. Перла добија вредност када се примакне пречци. Свака шипка представља месну вредност неког броја и у зависности од перли које су примакнуте пречци можемо видети коју вредност има изабран број.¹⁰

⁹ Дејић, „Абакуси...“: 29.

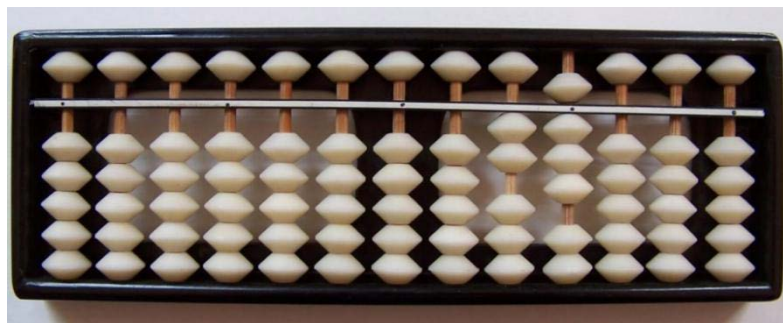
¹⁰ Рафаил Самойлович Гутер, Юрий Леонович Полунов, *От абака до компјутера, издание второе-исправленное и дополненное*, (Москва: Издательство знание, 1981): 5–6.



Слика 3. Кинески абакус - суанпан

(Извор: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/27/Chinese-abacus.jpg>
преузето 10.4.2019. у 22:40ч)

Усавршенију верзију кинеског суанпана представља јапански абакус или **соробан**. Суанпан је увезен у Јапан између XV и XVI века. Соробан је једноставнији од свог претходника, јер у „небу“, односно горњем делу у свакој колони садржи по једну куглицу мање него код суанпана.¹¹



Слика 4. Јапански абакус - соробан

(Извор: <https://sladjinamatematika.files.wordpress.com/2012/06/soro1-large.jpg>
преузето дана 9.4.2019. у 17:50ч)

Појава школи менталне аритметике је проуроковала савремену употребу соробана. Деца визуелизацијом ове врсте абакуса развијају способност изванредно

¹¹ Ibid., 6.

брзо и тачног рачунања без употребе папира и оловке или неког другог помагала. Брзо рачунање је средство којим се постиже оптималан интелектуални развој.

Овим програмом се подстиче активација обе мождане хемисфере, нарочито развијајући концентрацију и пажњу, способност брзог рачунања и визуелизације, одличну меморију, фотографско памћење, аналитичко и логичко размишљање, као и креативност и машту.

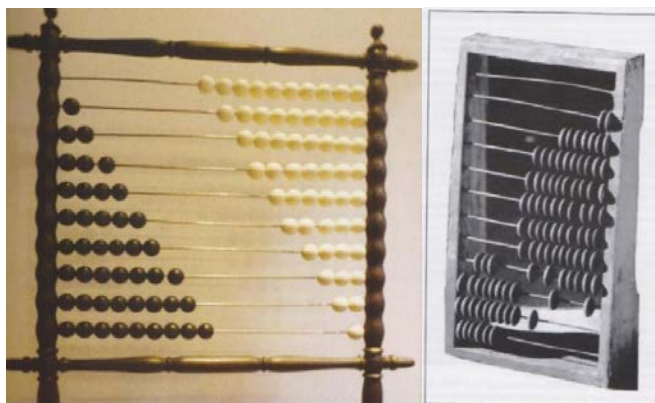
Узраст од 4 до 14 година је најадекватнији период за овај програм, јер се током њега мозак детета развија у највећој мери. Научним студијама је доказано да ментална аритметика представља најбољи тренинг за мозак.¹²

Коначно, на прелазу између XVI и XVII века појављује се руски абакус - **рачунаљка**. Она је била најзаступљеније учило у настави рачунице. Постојале су две врсте рачунаљки: мање величине која је стајала на катедри и већа са ногарима. Учитељи су такође и правили рачунаљке низањем ораха, пасуља, кестења, шишарки, жирова на канап.¹³

Свака куглица има вредност један, а све куглице на једној хоризонталној жици представљају једну десетицу. Рачунаљке су и данас веома заступљене у основним школама у Србији. Мањег формата користе ученици, а већег најчешће учитељи током демонстрације.

¹²Центар за развојну едукацију Малац генијалац, „Шта је ментална аритметика“, преузето 10.9.2019., <http://www.malacgenijalac.com/sta-je-mentalna-aritmetika/>.

¹³ Јелена Гаровић, *Школа кроз векове*, (Београд: Педагошки музеј, 2014): 25.



Слика 5. Руске рачунаљке из збирке Педагошког музеја у Београду

(Извор 1: Јелена Гаровић, *Школа кроз векове*, (Београд: Педагошки музеј, 2014): 25. ;

Извор 2: Јелена Гаровић „Развој наставе рачунице у основним школама у Србији у XIX и почетком XX века“ у *Из историје наставе математике у основним и средњим школама у Србији*, уредник Немања Антовић (Београд: Педагошки музеј, 2011), 19.)

Нека стара наставна средства у Србији

Прве „свеске“ за писање биле су камене таблице направљене од шкриљаца и уоквирене дрвеним рамом. По њима се писало кредом, а коришћена је и нарочита оловка (писаљка). Камене таблице су се користиле до средине XX века, односно појаве свески, оловака и гумица за брисање.¹⁴

Са једне стране камене таблице су биле исцртане линије, а са друге квадрати како би ученици могли да користе и за наставу српског језика и за наставу математике.



Слика 6. Камена таблица са писаљком (Извор: Гаровић, *Школа кроз векове*: 12.)

¹⁴ Ibid., 12.

Године 1895. је настала фотографија ученика са учитељем код Саборне цркве на којој се у позадини види руска рачунаљка, што указује да је тада била коришћена у Србији.



Слика 7. Ученици основне школе код Саборне цркве у Београду (Извор: Гаровић, *Школа кроз векове*: 25.)

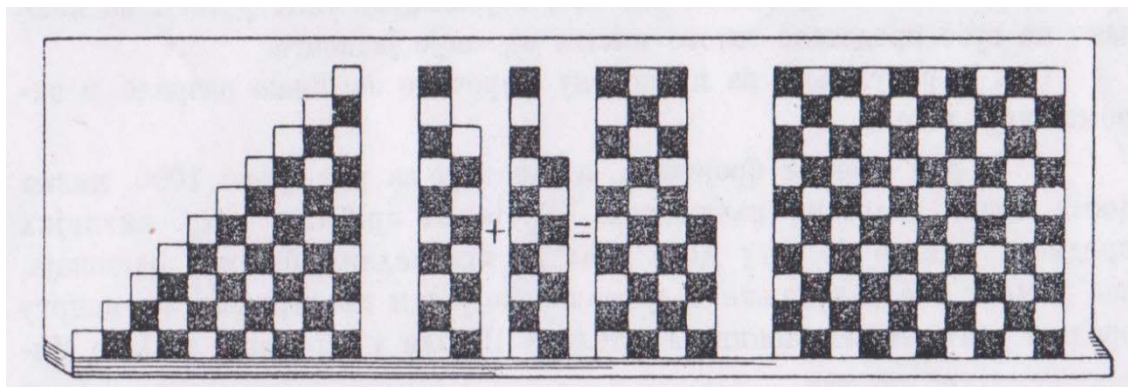
Једно од визуелних наставних средстава која олакшавају ученицима усвајање математичких појмова јесу слике, које обogaћене линијама, облицима и бојама привлаче пажњу ученика. На следећој слици се види наставна слика из давне 1901. године.



Слика 8. Наставна слика *ИЗЧИТАВАЊЕ МЕРА ЗА ТЕЖИНУ*, 1901. година
(Извор: Гаровић „Развој наставе рачунице...“: 28.)

Рачунање коцкицама једноставније и јефтиније. Коцкицама су представљене јединице. Пожељно је оне буду веће како би сви ученици јасније видели.

Четвоространом призмом („шипком“) се представља десетица, а десет таквих шипки смештених у квадратну таблу представљају стотину. Због лакшег разликовања, коцке су наизменично обојене црном и белом бојом. Треба да буде од 50 до 80 посебних коцака, 20 призми и 10 плоча.



Слика 9. Рачунање коцкицама

(Извор: Сима М. Јеврић, „Рачун у основној школи“, *Просветни гласник*, XXIV, 7 (1903): 61.)

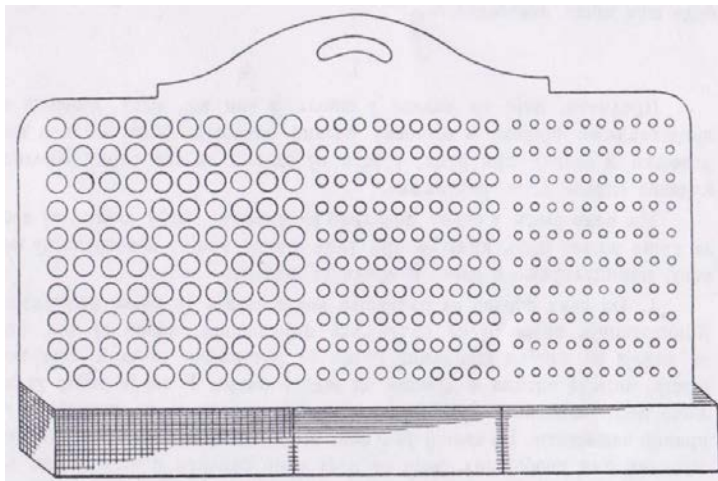
Ова рачунаљка омогућава лакше поимање бројева, решавање разних задатака и само записивање бројева. Посебно олакшава растављање бројева на јединице и десетице, што се често сусреће у усменом рачунању. Најједноставнији је рад са коцкицама до 20 и захтева кратко време. Нешто мало више времена је потребно за рачунање до 100, док је у раду до 1000 отежано манипулисање. Спретан наставник у том случају може укључити своје ђаке и на тај начин изазвати веће интересовање код ученика за рачунање.

Највећа предност ове рачунаљке се огледа у раду до броја 20, јер се на њој може јасно представити пораст бројева у висину. Школска табла може бити погодна подлога за рачунање на овој рачунаљци, јер се на њој могу писмено представити рачунске операције. Посебно се препоручује ова рачунаљка за рад у нижим разредима, као и за школе скромнијих финансијских могућности.¹⁵

С обзиром да бројањем зрневља и других ситнијих предмета деца не могу да дођу до прегледних бројних одношаја као што је то случај са **рачунаљком са дрвцима**, која је конструисана по нацрту Јове Милијевића, учитеља вежбаонице Учитељске Школе у Јагодини, погодна је за рад са већим бројевима, посебно за рад преко 1000. Додао је у

¹⁵ Сима М. Јеврић, „Рачун у основној школи“, *Просветни гласник*, XXIV, 7 (1903): 61.

ширини и висини десет рупа за јединице, десетице и стотине. Рачунаљка је састављена из табле са позадином која се користи како дрвца не би испадала на другу страну. Рупе су избушене у десет положених редова и то како се јединице, десетице и стотине јављају у писменом рачунању, а пречник рупа зависи од дебљине самих дрваца пошто је одстојање једнако по висини и ширини. Преглед је лак како у усправном тако и у хоризонталном положају.



Слика 10. Рачунаљка са дрвцима

(Извор: Сима М. Јеврић, „Рачун у основној школи“, *Просветни гласник*, XXIV, 7 (1903): 63.)

Јединицу представља једно дрвце, десетицу десет дрваца у једном снопићу, док стотину чини десет увезаних десетица, различито обојених, у циљу лакшег разликовања. Конструкција ове рачунаљке је заиста једноставна због тога је школски служитељ може направити, а дрвца могу и деца спремити. Како се дрвца не би растурила, потребно их је туткалисати, а исто тако би било добро двадесетак десетица и исто толико стотина оставити нетуткалисаних. На тај начин би се њима наставник служио у усменом рачунању када би морао да изврши растварање бројева. Када се деци објасни како обема рукама да раде, сам рад на овој рачунаљци је изузетно прегледан и заиста брз. Предност ове рачунаљке над руском је што се могу извршити све рачунске операције у опсегу 10 000, такође писање бројева се може лепо представити уз њену помоћ, у чему помаже прегледност бројних количина и боја њене табле. Ову рачунаљку би требало да имају све школе посебно за рад у вишим разредима због њене практичности и најприступачнијег материјала за њену израду.¹⁶

¹⁶ Ibid., 63.

ЗАКЉУЧАК

У раду је дат приказ развоја наставних средстава коришћених у настави рачуна у различитим културама у периоду до појаве савремених информационих средстава (дигитрона, рачунара,...). Током времена је осмишљено, у зависности од степена културног развоја, више различитих помагала која су омогућила да се на бржи и целисходнији начин разуме појам броја и приступи рачунању вишецифрених бројева. Најзначајна наставна средства коришћења за наставу рачуна су: соробан и руска рачунаљка.

Савремени повратак суанпана је педагошки веома важан, јер се програмом менталне аритметике и његовом употребом подстиче активација обе мождане хемисфере, нарочито развијајући концентрацију и пажњу, способност брзог рачунања и визуелизације, одличну меморију, фотографско памћење, аналитичко и логичко размишљање, као и креативност и машту. У некој ближој или даљој будућности би се програм менталне аритметике могао увести у програм основног образовања у виду изборног предмета.

Рачунар је заменио поједина наставна средства, али потреба детета да манипулише предметима (лоптицама, коцкицама,...) није нестала. У томе се огледа значај рачунаљке у првом разреду основне школе када деца усвајају појмове бројева и почињу да рачунају.

Сима М. Јеврић је представио рачунање коцкицама и рачунаљку са дрвцима давне 1903. године. Рачунаљка са дрвцима омогућава извршавање свих рачунских операција у опсегу 10 000, подстиче моторички развој и лака је за израду. На велику жалост, методичке стране наведеног поступка и средства нису довољно истражене, што би могао бити предмет неког даљег истраживања.

Овај историјски приказ ће омогућити увид у методичке могућности примене наведених абакуса и подстаћи учитеље да их примене у свом раду, што доприноси развоју математичке културе.

Што се тиче даљих истраживања о употреби наставних средстава, интересантно би било истражити почетке развоја наставних средстава за геометрију, испитати мишљење учитеља и ученика о савременој употреби соробана, као и његов утицај на меморију, логичко мишљење и креативност код деце, и можда испробати експериментално истраживање којим ће се тестирати контролно и експериментално одељење пре и после употребе соробана и упоредити резултати. Још једна од занимљивих тема за даље истраживање би била упоредна анализа начина рачунања и употребе наставних средстава за рачунање у Египту, Грчкој и Кини у одређеном временском периоду.

Литература:

1. Вилотијевић, Младен и Мирослава Ристић. „Наставна средства“. У *Лексикон образовних термина*, уредник Петар Пијановић, 489–490. Београд: Учитељски факултет, 2015.

2. Гаровић, Јелена. *Школа кроз векове*. Београд: Педагошки музеј, 2014.
3. Гаровић, Јелена. „Развој наставе рачунице у основним школама у Србији у XIX и почетком XX века“. У *Из историје наставе математике у основним и средњим школама у Србији*, уредник Немања Антовић, Београд: Педагошки музеј, 2011.
4. Гутер, Рафаил Самойлович и Юрий Леонович Полунов. *От абака до компјутера, издание второе-исправленное и дополненное*. Москва: Издательство знание, 1981.
5. Девиде, Владимир. *Математика кроз културе и епохе*. Загреб: Школска књига, 1979.
6. Дејић, Мирко. „Абакуси-древне и савремене „машине“ за рачунање“, *Методичка пракса 2-3* (2009): 25–42.
7. Дејић, Мирко и Милана Егерић. *Методика наставе математике*, 5. издање. Београд: Учитељски факултет, 2010.
8. Јеврић, М. Сима. „Рачун у основној школи“. *Просветни гласник*, XXIV, 7 (1903): 56–75.
9. Малиновић-Јовановић, Нела и Тодор Малиновић. *Методика осавремењене наставе математике*. Врање: Учитељски факултет, 2013.
10. Пинтер, Јанош и Ненад Петровић. *Опита методика наставе математике*. Сомбор: Учитељски факултет, 2002.
11. Пинтер, Јанош, Валерија Крекић и Андрија Тетковић. *Методички приручник из математике: за разредну наставу*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства, 2002.
12. Poljak, Vladimir. *Didaktika*. Zagreb: Školska knjiga, 1988.
13. Првановић, Станко. *Методика наставе рачуна: приручник за наставнике прва четири разреда основне школе*. Београд: Савремена школа, 1959.
14. Центар за развојну едукацију Малац генијалац. „Шта је ментална аритметика“. Преузето 10.9.2019. <http://www.malacgenijalac.com/sta-je-mentalna-aritmetika/> .

Tamara S. Milutinov
Elementary school "Milena Pavlović Barili", Belgrade

THE BEGINNING OF THE DEVELOPMENT OF TEACHING MATERIALS IN
THE TEACHING OF ACCOUNTS IN THE YOUNGER GRADES OF PRIMARY
SCHOOL

Abstract: The need to count multi-digit numbers has encouraged people to design aids that can help them do so, and that make it easier for students to count today. The paper defines the concept of teaching aids, gives an overview of the beginnings of the development of teaching aids for arithmetic in different cultures and presents some old teaching aids used in Serbia in the late nineteenth and early twentieth century. The aim of this paper is to point out the basics of the development of teaching aids (teaching aids) in the teaching of arithmetic in the younger grades of primary school. The purpose of this paper is to acquaint teachers with the beginnings of the development of teaching aids for arithmetic and the possibilities of their application, in order to have a more diverse approach to students during the processing of teaching content about numbers and arithmetic. The review was done by historical and comparative method.

Key words: teaching aids, abacus, methodology of teaching mathematics, younger grades of primary school, calculation aids, mastering numbers.

Рад је примљен 12. 04. 2020. године, а рецензиран 02. 05. 2020. године