Рада Шћепановић
ЈУОШ „Милија Никчевић” Никшић
Докторанд Учитељског факултета у Београду

Стручни рад
Методичка теорија и пракса број 1/2019.
УДК: 371.3::51
51::159.9.072
стр. 155 - 170

ПОСТАВЉАЊЕ ПРОБЛЕМСКИХ ЗАДАТАКА ЗА ПОДСТИЦАЊЕ КРЕАТИВНОГ ПРИСТУПА РЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМА

Резиме: Квалитет наставе и учења математике зависи и од задатака које наставници постављају ученицима. Садржаји наставе се све више употпуњују увођењем проблемских математичких задатака, како би се код ученика развиле способности за решавање проблема. Главна одлика проблемских задатака је да не постоји позната стратегија за њихово решавање, већ, сваки пут, знања из математике се прилагођавају и преиспитују, како би се дошло до нове стратегије, која води до решења задатака. Циљ овог рада је да укаже на значај вјештине постављања проблемских задатака за подстицање развоја креативних приступа решавања проблема. Резултати до којих се дошло методом теоријске анализе, показују да је проналажење решења или предвиђање могућих решења неопходан елемент постављања проблема. Закључено је да активности у учионици, користећи одговарајуће артефакте и интерактивне методе подучавања, могу да подстакну свјеснији приступ решавања проблема, као и позитиван став према постављању проблема. То захтијева одређено знање наставника у погледу дизајнирања проблема, избора садржаја, одговарајућег контекста, а затим, и знање у формулисању проблема. Приликом процјењивања проблема који постављају, наставници треба да посвете пажњу педагошком и математичком значају датог проблема.
Кључне ријечи: проблемски задаци, креативно решавање проблема, улога наставника.

УВОД

Решавање проблема све више постаје центар школске математике, што је додатно допринијело да се истраживачи усмјере на постављање проблема, посебно на његову улогу у настави и учењу. Решавање проблема истовремено се посматра као средство за подучавање математичког расуђивања и као циљ учења. Разумијевање научника о природи и ефектима математичког проблема, током последњих неколико деценија, са својим коријенима у когнитивној науци, доводи до сазнања да је постављање проблема процес који је уграђен, и тешко се одваја, од решавања проблема (Osana and Pelczer, 2015).

Такође, Стоинова и Илертон (према Bonotto and Santo, 2015) истичу да, истраживачи све више долазе до сазнања да развијање способности постављања проблема у математици је једнако, образовно важно, као и развој способности за њихово решавање.

Један од разлога за постављањем проблема у математици је у приоритету питања над одговором. То су питања која покрећу наше трагање за знањем, а не одговорима. Да би нешто истражили, мора постојати нека врста проблема који поставља темеље за истраживачку активност. Дакле, проблем нам поставља темеље за истраживање, како Попер каже: „То је проблем који нас изазива да учимо, унапређујемо наше знање, да експериментишемо и да посматрамо“ (према Hansen and Hana, 2015).

Готово сви проблеми који се сусрећу у „стварном животу“ укључују двосмисленост и не могу се ријешити једним приступом. Стога, иако често занемарена „способност“–математичка креативност служи за постављање и решавање проблема, на нов, изазован и освјежавајући начин.

Постављање проблема и његово решавање посматрају се заједно, и као такви доприносе природном начину учења. Одговор на постављени проблем може помоћи ученицима да познату тему виде у јаснијем свијетлу и на тај начин стекну дубље разумијевање (Prabhu and Czarnocha, 2015).

Са друге стране, спроведено је низ студија којима су испитани односи између знања наставника, формата задатка и креативности. Шулманов (према Osana and Pelczer, 2015), сматра да је за ефикасну наставу наставницима неопходан конструкт педагошког садржаја задатка, заједно са предметним и курикуларним знањима. То нам јасно указује, да је неопходно унаприједити наставникове способности у постављању и решавању проблема.

Имајући у виду речено, предмет и проблем овог рада обухвата критичко преиспитивање и оцјењивање досадишњих истраживања о различитим начинима постављања проблема, који за последицу имају дјелотворну наставу, у којој ученици имају прилику да покажу различите стратегије решавања проблема. Умјетност постављања проблема, која подстиче разумијевање ученика, у великој мјери зависи од наставникове процјене проблема, с циљем да код ученика изазове одговарајуће количине когнитивног напора. Стога, указали смо да наставници имају кључну улогу у помагању ученицима да развију репертоар асоцијација за постављање проблема и његово ефикасно решавање.

ШТА СУ ПРОБЛЕМСКИ МАТЕМАТИЧКИ ЗАДАЦИ?

Да би што боље ангажовали ученике у математичким активностима, на самом почетку постављамо питање *Шта математички задатак чини занимљивим?* У трагању за одговором долазимо до проблема, које Фигеридо описује као све врсте математичких проблемских ситуација смјештених у неки контекст (причу) (према Đokić, 2017).

У проблемској ситуацији исказују се противуречности између знања које ученици имају и задатака који су пред њим постављени, између задатака које треба ријешити и начина решавања којима су претходно овладали. Сада постоји могућност да се одабере *властити пут* у низу других, при чему предност није у добијању резултата, већ у процесу истраживања који омогућава ученицима да *сами*, према својим могућностима, примјењују одређене поступке у самосталном стицању знања. На овај начин, подстицање учења путем проблемских задатака не састоји се од обичне умне активности и мисаоних операција у решавању стереотипних или репродуктивних задатака, већ у активностима мишљења које ствара проблемску ситуацију. То су различите, нове и другачије ситуације, у којима ученици виде оно што до тада нијесу видјели, самоактивно испитујући и откривајући суштинске факторе који доводе до решавања проблема (Đorđević, 1986).

Дакле, наставне активности потребно је употпунити садржајима повезаним с учениковим интересовањима и унутрашњим, развојним потребама, како би у њима пронашао лични смисао. То је, како Требјешанин (Trebješanin, 2012) објашњава, повезивање градива са реалним контекстом или лично значајним циљевима ученика. Пажљиво дозирани занимљиви подаци, анегдоте, шале, упечатљиви примјери повезани с темом коју би ученици могли да доживе као апстрактну, приближиће академске садржаје изворним потребама ученика. Такође, она наводи мишљења когнитивистички усмјерених психолога о карактеристикама самог задатка.

Међу њима, истичу се, Дјуи који указује на значај смислених и занимљивих задатака (према Trebješanin, 2012), затим Берлајн (Ibid) говори о подстицајној вриједности задатака, укључујући оптималан ниво несклада међу информацијама. Дојл (Ibid), приказује класификацију задатака с обзиром на ниво когнитивних захтјева и ниво ризика који укључују. У односу на ангажовање когнитивне операције разликује задатке који захтијевају:

- меморисање – рутинска примјена процедура,
- схватање – мисаона елаборација и
- формулисање сопственог става или мишљења.

С обзиром на ниво ризика, Дојл (Ibid) разликује задатке с малом могућношћу грешке, односно малим ризиком да се буде неуспјешан и оне који укључују већи ризик. Са становишта мотивационе вриједности, могло би се очекивати да рутински задаци производе досаду и тиме демотивишу ученике, док изазовни задаци имају већи мотивишући потенцијал. Додатна појашњења, о мотивационим вриједностима изазовних школских задатака, пружила су истраживања у оквиру социо‒културолошке теорије учења. Ријеч је о аутентичним истраживачким задацима који се односе на смислене реалне проблеме. Истраживања су показала да изазовни и смислени задаци постају дјелотворни тек у условима корегулације ученикове активности, њиховог прилагођавања зони наредног развоја ученика, уз прилагођену инструктивну и емотивну подршку наставника.

Исто, Требјешанин (Trebješanin, 2015) упућује на значај задатака који имају одређене функције у подражавању наредних етапа процеса учења, битних за продубљивање значења, какве су обнављање и разне врсте примјена и екстраполација.

Кратволово истраживање о когнитивним захтјевима у математичким задацима ослања се на Блумову таксономију исказа (према Đokić, 2017). Тај Блумов когнитивни домен тиче се шест хијерархијских категорија: знања, разумијевања, примјене, анализе, синтезе и евалуације. Ове когнитивне категорије препознају се у следећим инструкцијама:

1. знања‒напиши, наброј, именуј;
2. разумијевања‒опиши укратко изложи (резимирај);
3. примјене‒употреби, ријеши, примијени;
4. анализе‒упореди, супростави, анализирај;
5. синтезе‒направи план, откриј, изгради и
6. евалуације‒критички мисли, докажи.

Ученицима је потребно омогућити учење помоћу проблемских задатака, и то у више различитих окружења. Сковсмоуз (Ibid) разликује три парадигме вјежбања:

1. чисто математичке (ван контекста);
2. семиреалистичке (полуреалне) и
3. реалистично везане.

Изазовни, проблемски математички задаци подстичу ученике да обнављају, увјежбавају, примјењују, комбинују стечена знања у складу с одређеним проблемом.

Сам процес учења заснован је на откривању математичких идеја (поновно откривање) у активном односу ученика, што значи у математичком образовању тежиште није на самој математици као затвореном систему, већ на активности у процесу математизације (Milinković i sar, 2008:73).

Дакле, за усвајање нових знања или унапређивање постојећих на сложенији ниво, потребно је проблематизовати садржај задатка, који се прије свега односи на реалне ситуације и на садржаје других области људског интересовања. То, истовремено, у настави имплицира отклањање сувише велики број вјештачких „реалних” ситуација (дијелење бомбона итд.), јер се понављањем таквих ситуација смањује заинтересованост ученика и они почињу такве задатке да решавају механички, не покушавајући да схвате односе у ситуацији и помоћ коју у решавању свакодневних проблема добијају од математичких знања.

У наредном дијелу приказаћемо начине постављања и решавања проблемских задатака.

ПОСТАВЉАЊЕ ПРОБЛЕМСКИХ ЗАДАТАКА

На основу радова Георга Полија, осамдесетих година прошлог вијека, реформу математике је заокупило решавање проблема, као кључно питање за учење математике (Crespo, 2015). Стефан Браун и Мерион Валтер (Ibid), указују на улогу постављања проблема у учењу математике, али да би десет година касније (средином деведесетих) истраживачи математичког образовања скренули пажњу на постављање проблема ученика и однос између њихових решавања и способности постављања.

Инглиш и Пири (према Osana and Pelczer, 2015), постављање проблема сматрају педагошким алатом за наставнике, који желе да код својих ученика побољшају учење математике, док Болер и Броди (Ibid) говоре о механизму који наставници користе за укључивање у продуктивне математичке разговоре са својим ученицима.

Постављање проблема, или способност "Поставите стратешки циљана питања", како Бел и Форзани (Ibid) наводе, од централног је значаја за наставу нудећи приступ и разумијевање у размишљању ученика. Овакво представљање проблема, заједно са способношћу да „изаберу задатке, примјере, моделе или аналогије и материјале“ је специфично за наставну праксу. Користе га наставници за мобилизацију важних концепата, тестирају хипотезе о размишљању ученика и помажу ученицима у изазовима учења. Штавише, постављање проблем се сматра као “пракса високе полуге”.

Бел и Форзани (Ibid), постављање проблема, виде као интегрални однос наставника према ученицима, који захтијева наставниково разматрање претходног знања и интересовања ученика. Гледајући постављање проблема на овај начин, будући наставници морају, између осталог, узети у обзир повратне информације добијене од ученика.

У литератури, постоје различити појмови који се користе у односу на постављање проблема, као што су проналажење проблема, детектовање проблема, формулисање проблема, креативно откривање проблема, проблематизација, стварање проблема и предвиђање проблема. Због овог различитог значења, различити аутори користе различите оквире за проучавање активности у постављању проблема.

Имајући у виду значај активности у постављању проблема у школској математици, истраживачи су почели да истражују различите аспекте процеса постављања проблема. Испитивани су процеси размишљања везани за постављање проблема. Конкретно, Конторович и његови сарадници (према Bonotto and Santo, 2015), наводе да, процес постављања проблема састоји се од базе знања, хеуристике и схеме, групне динамике и интеракције, способности индивидуалних разматрања и организације задатака. Други су нагласили потребу да се у учионицама укључе активности постављања проблема и приказали приступе који укључују инструкције. На примјер, Ленг и Силвер (Ibid) су доказали да постављање проблема позитивно утиче на способност ученика у решавању текстуалних проблема. Затим, Инглиш (Ibid), тврди да постављање проблема унапређује учениково размишљање, вјештине решавања проблема, ставове и повјерење у математику и да математичко решавање проблема доприноси ширем разумијевању математичког концепта.

Фројдентал (Ibid), постављање проблема описује као облик креативне активности у оквиру задатка, који укључује структуриране „богате ситуације", у којима Инглиш (Ibid) додаје употребу предмета из стварног живота и људске интеракције.

У контексту постављања проблема, креативни математички производ мора бити кохерентан и конзистентан, јер су то минимални услови за конвенционално прихватање "исправно формулисаних" проблема (Singer and Voica, 2015). Другим ријечима, кохерентан и доследан проблем јавља се, углавном, у областима садржаја који захтијевају одређени формализам, управо зато што овај формализам даје неку стабилност у исказу проблема. Испитивања способности ученика у стварању кохерентних и конзистентних проблема, у контексту постављања проблема, указују на постојање стратегије функционалног типа, која се састоји од малих промјена праћених провјеравањем исхода, што је одлика математичке креативности (Ibid).

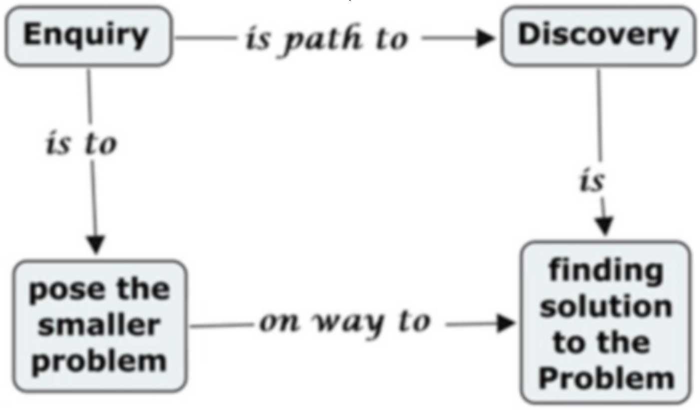
На важност питања: *Зашто ученици треба да науче постављање проблема?*, Милинковић (Milinković, 2015) наводи најмање два разлога. Један је да се у стварном животу не бавимо задацима из уџбеника, већ са више или мање сложеним ситуацијама. Формулисање математичког проблема који рефлектује (не)математичку ситуацију постаје важан дио процеса моделирања који нас, опет, може довести до решавања стварног животног проблема. Други разлог је добро позната чињеница да формулисање проблема подразумијева разумијевање садржаја. Заправо, она указује на помало занемарену везу између знања математике и постављања проблема. Постављање проблема разматра на могућностима трансформације проблема промјеном контекста.

Трансформација проблема, у нови проблем, значи да се неки (један или више) елементи промјењивог простора мијењају, док остали остају исти. „Трансформација" се директно односи на питање репрезентација, на способност наставника да трансформише садржај знања у различите форме (Ibid) .

Добра полазна тачка наставника у постављању проблема може бити трансформација познатих игара. Други начин постављања проблема путем трансформација заснива се на репрезентативном приступу. Ефективно математичко размишљање подразумијева разумијевање релација приказа "истог" концепта као и структурне сличности (и разлике) међу репрезентативним системима (Ibid).

Силвер (према Rosli et. al., 2015), постављање проблема објашњава као преформулацију проблема, дати математички проблем је формулисан или трансформисан у нову верзију у процесу решавања проблема. За ову врсту постављања проблема, прво, главни циљ је решавање проблема, а затим, охрабрити ученике у размишљању о свим повезаним проблемима, како би се лакше ријешио задати проблем. Мосиз (Ibid), сматра да, током процеса решавања и постављања проблема, ученици успостављају везе између математичких идеја и онда конструишу и дубоко реструктурирају своје знање засновано на претходном.

Постављање проблема разматра се и као пут ка открићу, којим се централни проблем разлаже на низ постављених питања (Prabhu and Czarnocha, 2015).



Слика бр.1: Упитна наставна метода и декомпозиција у постављању питања/проблема (Ibid:356).

Ово указује да је декомпозиција постављања проблема основна карика за постизање открића, односно, њено одсуство умањује успјех и оспорава приступ том открићу.

Стоинова и Илертон (Ibid) су испитивали улогу ученика у постављању проблема. Идентификовали су три врсте ситуација постављања проблема: слободне, полуструктуриране или структуриране. У слободним ситуацијама ученици постављају проблеме без ограничења: од ученика се једноставно тражи да направе математичке проблеме из дате ситуације. Полуструктуриране ситуације постављања проблема односе се на оне у којима се ученицима даје отворена ситуација и позивају се да истраже структуру те ситуације и да је употпуне користећи знање, вјештине, концепте и односе из њихових претходних математичких искустава. На крају, структуриране ситуације у којима се постављају проблеми односе се на ситуације у којима ученици постављају проблеме, преобликовањем већ ријешених проблема или мијењањем услова или питања проблема.

Боното (Ibid) сматра да употреба одговарајућих друштвених или културних артефаката могу постати значајан извор за активности постављања проблема полуструктурираног типа. Они, на тај начин, постају конкретан извор задатака и активности у којима су ученици позвани да истраже математичку структуру, пронађу проблем и користе знање, вјештине, концепте и односе из њихових претходних математичких искустава, у стварању једног или више нових математичких проблема.

Никол и Брег (према Osana and Pelczer, 2015), класификују стратегије поствљања проблема на следећи начин: (а) уклањањем информација из затворених питања (тј. оних проблема са само једним тачним одговором); (б) коришћењем главних курикуларних области (нпр. геометрија, мјерење) као полазне тачке; (в) почевши од специфичнијих курикуларних тема (нпр. образаца) и биљежењем погодне мисли; (г) замишљајући да је дијете и представља проблем, на начин, шта би он или она могли питати; и (д) фокусирањем на формулацију и друге лингвистичке аспекте проблема.

Досадашњи преглед литературе показује да је постављање проблема комплексно, и проучавано из улоге наставника, ученика, услова, стратегија, ситуација, основних извора стварања проблема. Једно од наших запажања је да аутори постављање проблема заснивају, прије свега, у складу са математичким знањима одређених наставних садржаја, а затим, и са педагошким захтјевима.

Дакле, постављање проблема је облик креативне активности, стварање математичких проблема у специфичном контексту, чија је формулација важан пратилац за његово решавање.

КРЕАТИВНО РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА

Као што је постављање проблема, тако је и његово решавање, контекст који се користи за проучавање креативности ученика. Креативност захтијева велико знање, флексибилност и стално реорганизовање идеја. Такође, мотивација, истрајност и друштвена подршка играју важне улоге у креативном процесу (Vulfolk i sar., 2014).

Многи истраживачи дефинишу креативност истицањем двије карактеристике оригиналност и прикладност. Бир и Кеуфмен (према Singer and Voica, 2015) идентификују предуслове за креативно изражавање понашања и то: интелигенцију, мотивацију и погодно окружење.

Литература садржи различите дефиниције и карактеристике креативности. У почетку, математичка креативност се повезује са стручним радовима Поанкареа и Хедемерда. Касније, разне студије су идентификовале одређена понашања која пружају доказе о математичкој креативности ученика. На примјер, Торанс (Ibid) је дефинисао основне карактеристике математичке креативности: течност, флексибилност и новост, које представљају, редом, број идентификованих, различитих, приступа проблему; број генерисаних решења и ниво њихове конвенционалности.

У погледу ове анализе, Балка (Ibid) је издвојио конвергентно мишљење‒које карактерише одређивање образаца и дивергентно мишљење‒које се види као, формулисање математичких хипотеза, вредновање необичних математичких идеја, увиђање шта проблему недостаје и рашчлањивање општег проблема на специфичне подпроблеме, као главне компоненте математичке креативности.

Илертон и Клерксон (према Bonotto and Santo, 2015) сматрају да, унапређење математике захтијева креативну машту која настаје као резултат постављања нових питања, нових могућности за сагледавање старих питања. Силвер (Ibid), истраживањима орјентисаним на наставу математике, тврди да постављање и решавање задатака, ученицима може помоћи да развију креативније приступе математици. Наставници, путем таквих задатака, могу повећати способност ученика у односу на основне димензије креативности, наиме, флексибилност и оригиналност.

Према Гилфорду (Ibid), креативно математичко размишљање посебно карактерише осјетљивост на проблеме, флексибилни приступ, способност синтезе, примјена аналитичких вјештина и способност реорганизације, истичући да су то уједно и сви аспекти који карактеришу математичко размишљање.

Роберт Кеил и Линда Хол (према Vulfolk i sar., 2014), у свом истраживању дјеце између осам и дванаест година, откривају да су на решавање текстуалних аритметичких проблемима утицали специфични и општи фактори. Утицај су имали *знање из аритметике*, процијењено на основу потребног времена и начињених грешака приликом решавања једноставних проблема сабирања и одузимања и *опште вјештине обраде информација*, укључујући разумијевање прочитаног, вријеме обраде информација и, у мањој мјери, опсег меморије.

Приликом решавања тексуалних аритметичких проблема, Зељић (Zeljić, 2014) закључује да, ученици треба да сагледају општу структуру проблема, без обзира на то да ли се задатак може ријешити директно или индиректно. Од ученика се захтијева да сагледају односе између датих и тражених величина и, приликом решавања задатка, формирају сложене изразе који одражавају општу структуру проблема.

Боното (Bonotto and Santo, 2015) вјерује да дидактички потенцијал коришћења одговарајућег артефекта, комбинован са посебним методама подучавања, као извора задатака и активности, подстиче стварање проблема и процесе креативности. Посебно је настојао да истражи:

- Улогу погодних артефеката као извора стимулације за постављање проблема у полуструктурираним ситуацијама; и
- Способност ученика основних школа да стварају и решавају математичке проблеме (укључујући отворене проблеме).

Његова студија описује могућности које пружају активности увођења артефеката, за препознавање креативног размишљања ученика у математици, и методе за анализу исхода постављања проблема, које би наставник могао користити у учионици, за идентификацију и процјену активности постављања проблема.

Добијени резултати истраживања показују да су ученици креирали 13 оригиналних проблема и 19 отворених проблема. То наглашава чињеницу да су ученици могли да се баве отвореним задацима. Фаза решавања проблема, у комбинацији са групним дискусијама, ученицима омогућује да се осврну на различите врсте проблема и истраже нове могућности решавања (нпр. да решања математичког проблема не захтијевају увијек нумерички одговор или јединствено решење, и да постоје проблеми који нијесу решиви). Осим тога, резултати дискусије у учионици, сугеришу да ученици анализирају постављене проблеме чиме би се подстакло њихово критичко размишљање (Ibid).

Коришћењем артефеката, дјеца се могу охрабрити да препознају различите ситуације као математичке ситуације, тражећи од њих: (а) да изаберу друге артефекте из њиховог свакодневног живота; (б) да идентификују математичке чињенице повезане с њима; (в) пронађу сличности и разлике (нпр. различити прикази бројева); или (г) генерисање проблема (нпр. откривање односа између количина) (Ibid).

Дакле, Боното показује да креирање проблема, са различитим нивоима тежине, употребом специфичног културног артефекта (нпр. брошура за посјету познатог забавног парка) даје посебан атрактиван контекст, који одражава комплексност стварности, и тако у погледу различитих понуђених могућности нуди богатство постављања питања и формулисања хипотеза. Ово указује да артефекат, као резултат приступачности свим ученицима, представља користан контекст за стварање проблема и математизацију стварности.

Опште стратегије решавања проблема, обично имају пет фаза, за чије именовање Џон Брансфорд и Бери Стејн (према Vulfolk i sar., 2014) користе акроним ИДЕАЛ:

И – *идентификујте* проблеме и прилике;

Д – *дефинишите* циљеве и представите проблем;

Е – *истражите* могуће стратегије;

А – *антиципирајте* исходе и крените у *акцију;*

Л – *осврните* се уназад и *научите.*

У овом одјељку нас највише интересује разумијевање цјелокупног проблема. То значи да, ученици треба да разумију шта се у проблему заиста тражи. Истраживања показују да, ученици умију пребрзо да закључују шта је питање проблема (Ibid). Када је проблем категорисан, активира се одређена шема. Шема усмјерава пажњу на важне информације и ствара очекивања, како би требало да изгледа тачан одговор. Гентнер и сарадници (Ibid), захтијевају да ученици пореде примјере или случајеве, тако да могу да развију општу шему решавања проблема, која региструје општу структуру, а не површне карактеристике случајева. Из тог разлога, Мејер (Ibid) је препоручио да ученицима треба пружати прилике за: (1) препознавање и категорисање различитих типова проблема; (2) представљање проблема – било конкретно сликом, симболима или графиконима, било ријечима; (3) издвајање важних и неважних информација у проблемима.

Стеник и Килпатрик (према Milinković, 2015), идентификовали су три приступа решавања проблема: (а) решавање проблема као контекста; (б) решавање проблема као вјештине; и (в) решавање проблема као умјетност.

У решавању проблема посебно је важно познавање репрезентација. Фридлендер и Тебеч (Ibid) тврде да различите наставникове репрезентације проблемске ситуације могу да подстакну флексибилност избора ученика у процесу решавања.

Поред тога, Арсеви (Ibid) идентификује три функције визуелних репрезентација: (а) као подршку и илустрацију симболичких репрезентација; (б) као средство за решавање конфликта између интуиције и симболичког решења; и (в) као средство реорганизације и обнављања концептуалног разумијевања. Он сугерише да "гледање ствари" изоштрава наше разумијевање и служи као одскочна даска за питања која иначе не бисмо постављали.

Исто, Милинковић (Ibid) тврди да, вишеструке репрезентације могу помоћи развоју флексибилности расуђивања и продубити разумевање математичких концепата и процедура.

На примјер, задатак који покреће ученике да усвајају и траже обрасце, а затим покушају да објасне разлоге који стоје иза тих образаца, користећи оно што већ знају о дијељењу цијелих бројева:

С обзиром на 2,726 :58 = 47,

Предвидите решења: 272.6 : 58 = ______

27.26 : 58 = ______

2.726 : 58 = ______

0.2726 : 58 = ______ (Crespo, 2015:496).

Такође, занимљив проблем, усмјерен на истраживање и примјену, о количини токсичног отпада, који производи аутомобилска компанија за 2012. годину, при чему су дати одговарајући почетни услови. Еколошка агенција тражи, да укупна количина токсичног отпада произведена, након 1. јануара 2010. године не прелази одређену количину ограничења, а проблем је да се утврди да ли компанија испуњава ове услове (Matsko and Thomas, 2015).

Коментари ученика, који су креирали проблемске задатке и ријешили их, су, на примјер, да је задатак "поново подстакао моју радозналост у математици"; први пут, писањем проблема, математику виде као креативни подухват, као и да, никада нијесу мислили да могу саставити проблемски задатак (Ibid).

Овладавање језиком математике, кроз самоусмјеравање пажње на разумевање читања, је примјер како је потребно досљедно изградити репертоар постављања и решавања проблема.Такође, поновљена динамика постављања проблема/решавања проблема повећава репертоаре ученика за препознавање већ усвојених и нових тренутака разумијевања (Prabhu and Czarnocha, 2015).

Главни модели који су се користили за описивање креативности су, процеси који наглашавају важност осјетљивости на проблеме, постављање − проблема и њихово решавање. Запажамо да, стварање креативне околине за учење – проблематизација ситуација из свакодневног живота, подстиче дубље разумијевање проблема и омогућава његову даљу примјену. Навике ученика у учењу математике могле би се трансформисати у учење засновано на истраживању проблема, које би подстакло њихову радозналост, и тиме повећала креативност проналажења решења.

УЛОГА НАСТАВНИКА У ПОСТАВЉАЊУ И РЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМА

Како су активности решавања и постављања проблема постале важне компоненте за учење математике, Мосиз и његови сарадници (према Rosli et al., 2015), сматрају да, наставници имају кључну улогу у помагању ученицима да развију репертоар асоцијација за правилно постављање и ефикасно решавање проблема.

Такође, Кнот (према Prabhu and Czarnocha, 2015), у најновијим истраживањима развоја математичког образовања показује да стварање активне учионице, постављање и решавање когнитивно изазовних проблема, промовисање рефлексије, метакогниције и широких расправа, побољшава разумијевање ученика из математике на свим нивоима. Даље, упућује да, ово није могуће без наставникове стручности у области садржаја, али и онога шта каже, каква питања поставља, и какве одговоре и учешће ученика очекује. Значи, приликом процјењивања проблема који постављају, наставници треба да посвете пажњу педагошком и математичком значају датог проблема.

Заправо, учитељи треба одговарајућим задацима да одрже когнитивно подстицање, тако што ће подржати ученичке когнитивне активности, без непотребног редуковања сложеног задатка. У задацима су потребни проблеми са отвореним питањима, при чијем решавању ученици претпостављају, логички мисле, трагају за обрасцима и релацијама и објашњавају другима своја гледишта и увјеравају их у њихову тачност (Đokić, 2017).

Бел (према Osana and Pelczer, 2015) помиње да, наставници који предавају треба да "науче да уче математику", а Толук−Укар (Ibid) из истраживања закључује да "курсеви метода могу ревидирати наставниково математичко знање и вјеровања".

Међутим, током година формалног образовања из математике, наставници немају довољно искуства у постављању проблема. Из тог разлога, наставнику је важно омогућити експлицитна искустава постављања проблема. У том погледу, Креспо (Crespo, 2015) наводи следеће приступе постављања проблема:

- *Постављање отворених проблема* (проблеми захтијевају да се објасни решење и да се размијене идеје; додатна питања су за анализу и рефлексију урађеног);
- *Постављање математички изазовних проблема* (увођење нових идеја, подстичу размишљање; додатна питања отварају прилику за ширење оригиналне верзије математичког рада);
- *Постављање математички занимљивих проблема* (математичка ситуација за генерисање „занимљивих" проблема, употребом математички естетских критеријума–изненађење, новост, једноставност);
- *Постављање друштвено релевантних математичких проблема* (истраживање и математизирање стварних животних ситуација у којима се може укључити разумијевање и решавање друштвених проблема).

Свако од ових искустава представља припремање наставника да прошири и учврсти професионалне визије и праксу наставе математике и то учењем да: (а) пажљиво постављају проблеме ученицима, (б) стварају проблеме са ученицима, и (в) представљају личне и/или друштвено релевантне проблеме. Такав је, на примјер, задатак који се односи на тему мјерења површине, проучавање проблема може бити пренатрпаност школе (бројност одјељења и величина учионице – која је одговарајућа квадратура по ученику?) и разматрање о утицају простора у учионици за учење ученика (Ibid).

Наставници ће често морати да процијене инструктивну вриједност задатака и модификовати их према специфичним циљевима учења или потребама ученика.

Осана иРојиа (према Osana and Pelczer, 2015), у подацима својих истраживања, откривају да, иако разумију интуитивно и формативно решење проблема, ученици још увијек нијесу били у могућности да примијене своје знање на проблемски задатак. Импликација оваквог стања, за наставника едукатора, захтијева ангажовање наставника у разредним дискусијама, поређењем различитих проблема у односу на њихову структуру, и повезивање структуре проблема са циљевима учења.

Према томе, задаци који захтијевају од наставника да преформулишу проблеме и процијене њихове модификације (решивост, приступачност, методе решења, тачност, контекстуалне карактеристике, могуће грешке и циљева учења) доводе до веће свијести постављања проблема. Преформулација проблема може се појавити на различитим нивоима (нпр. исти математички израз може бити формулисан на различите начине), тако да наставници морају научити да размотре релативне предности и недостатке сваке (ре)формулације. На тај начин, како кажу Креспо и Синлер (Ibid), пружа им се могућност да модификују проблеме у складу са специфичним критеријумима или наставним циљевима.

Са друге стране, чак и када наставници имају приступ висококвалитетним уџбеницима и наставним плановима и програмима, они често, како наводе Хенингсен и Стејн (према Crespo, 2015), трансформишу потенцијално богате, вриједне проблеме на начин који смањује њихов когнитивни захтјев. Али, ако наставници желе да пруже богата и дубока искуства учења својим ученицима, важно је да они развију принципијелне начине одлучивања о релативној вриједности проблема – шта чини неке проблеме бољим од других. Што је још важније, они такође треба да имају искуства стварања таквих проблема.

Већина аутора изражава потребу за постављање проблема, као циљ образовања наставника, на основу којег граде критеријуме за идентификовање високо/ниско квалитетних математичких задатака. Међутим, анализа математичких задатака не може остати на класификацији и сортирању нивоа задатака. Наставници требају да стварају измјене у задацима, преформулишу проблеме на начине који повећавају квалитет наставе.

Дакле, када стекну неко основно знање и искуство у постављању математичких проблема, наставник их примјењује у свој репертоар стратегија поучавања. У образовању наставника, разматрање структуре проблема је неопходан елемент, што подразумијева, у ширем смислу, да је неопходно усредсредити се на одговарајуће стратегије постављања проблема. Стога, структурирање инструкција постављају основу на којој ће градити вјештине постављања проблема.

ЗАКЉУЧАК

Постављање проблема сматра се једним од највиших облика математичког знања и сигурним путем стицања статуса у свијету математике. Генерисање нових математичких проблема су много мање дефинисана пракса у оквиру матекаметике као науке, више се разматрају као стваралачки чин или умјетнички подухват, него као систематска пракса (Crespo, 2015:494).

У литератури видимо да су постављање проблема и решавање проблема разматрани као два различита или паралелна правца математичке активности или у супротности један са другим. Међутим, већина математичара и наставника математике тврде да су ово нераскидиво испреплетане активности.

Постављање и решавање проблема је контекст који се користи за проучавање креативности ученика. Стога нас не изненађује да су, главни модели који су се користили за описивање креативности−процеси који наглашавају важност осјетљивости на проблеме (постављање проблема) и њихово решавање.

Креативно окружење за учење може пружити ученицима кључеве успјеха у учењу и разумијевању математике. Боното и Санто (Bonotto and Santo, 2015) кажу да активности у учионици, користећи одговарајуће артефакте и интерактивне методе подучавања, могу да подстакну свјеснији приступ реалистичном математичком моделирању и решавању проблема, као и позитиван став према постављању проблема.

Килпатрик (Ibid) тврди да је формулисање проблема важан пратилац решавања проблема. Односно, формулисање проблема треба посматрати не само као циљ наставе, већ и као средство инструкције. Искуство откривања и стварања сопствених математичких проблема треба да буде дио образовања сваког ученика. Умјесто тога, то је искуство које данас, можда, имају само поједини даровити ученици.

Наставници који постављају проблеме имају прилику да анализирају исходе постављања проблема, идентификују и процијене своје активности и креативности ученика у математици.

Стога, наставници не би требало да се ослањају искључиво на комерцијално створене проблеме у уџбеницима, који могу или не морају бити релевантни за њихове ученике, већ да откривају и стварају математичке проблеме и редовно их постављају у учионици (Rosli et al., 2015). Овим приступом, наставници помажу ученицима да уче математику са разумијевањем. За наставника је једнако важно да прилагоди проблеме новим, тако што ће препознати вриједност сваког конкретног примера. Кроз рад је указано на везу између знања математике и знања како поставити проблеме (Milinković, 2015). Значи, приликом процјењивања проблема који постављају, наставници треба да посвете пажњу педагошком и математичком значају датог проблема.

Истраживања указују смјернице да, не само наставници већ и ученици постављају проблеме. Односно, прво, да би помогли ученицима да се припреме за суочавање са искуством постављања проблема, потребно је размислити о типу искустава решавања проблема, које представљамо нашим ученицима. Активности које се у учионици користе, да би се створила интеракција између учења математике и свакодневних животних искустава, морају бити замијењене реалним и мање стереотипним проблемским задацима.

Писањем, дизајнирањем проблемских задатака ученици преузимају одговорност за њихово решавање, а самим тим подстичу развој креативних, иновативних приступа проблему. Осим тога, ученици математику сусрећу на другачији начин, проблемски задаци, можемо рећи, постају инструмент у мијењању ставова ученика према математици.

На основу свега наведеног, можемо рећи да, квалитет наставе и учења математике зависи од математичких задатака које наставници користе у својим учионицама. Постављањем проблемских задатака и подстицањем развоја креативних приступа решавања проблема ученицима се пружа могућност да науче математику на начин који води до вишег и дубљег разумијевања кључних концепата и идеја.

Литература

1. Bonotto, C. and Santo D.L. (2015). On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (103-125). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
2. Crespo, S. (2015). A Collection of Problem-Posing Experiences for Prospective Mathematics Teachers that Make a Difference. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (493-512). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
3. Đokić, J.O. (2017). Realno okruženje u početnoj nastavi geometrije. Beograd: Učiteljski fakultet.
4. Đorđević, J. (1986). Inovacije u nastavi. Beograd: PROSVETA.
5. Hansen, R. and Hana, M.G.(2015). Problem Posing from a Modelling Perspective. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (35-47). New York: Springer Reference.DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
6. Matsko, J.V. and Thomas, J. (2015). Beyond Routine: Fostering Creativity in Mathematics Classrooms. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice) (125-141). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
7. Milinković, J., Đokić, O. i Dejić, M. (2008). Model udžbenika kao osnove aktivnog učenja u nastavi matematike. Inovacije u nastavi. XXI(1), 70-79.
8. Milinković, J. (2015). Conceptualizing Problem Posing via Transformation. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (47-71). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
9. Osana,P. H. and Pelczer, I.(2015). A Review on Problem Posing in Teacher Education. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (469-493). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
10. Prabhu, V. and Czarnocha, B. (2015). Problem-Posing/Problem-Solving Dynamics in the Context of a

Teaching-Research and Discovery Method. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (355-373). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
11. Rosli, R. et al. (2015). Middle Grade Preservice Teachers' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (333-355). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
12. Singer, M. F. and Voica, C. (2015). Is Problem Posing a Tool for Identifying and Developing Mathematical Creativity?. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Ed), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (140-175). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
13. Trebješanin, B. (2012).Teorijsko-metodološke orijentacije u proučavanju motivacije za učenje i njihove praktične implikacije (Theoretical and metothodological tendencies in the study of learning motivation and their practical implications). Theoretical and practical dimensions of contemporary education. selected issues. Nowy Sacz: State higher vocational school &Belgrade: Faculty of teacher education;
14. Trebješanin, B. (2015). Didaktičko-metodička podrška učenju i razvoju u udžbenicima za mlađi osnovnoškolski uzrast. Uvodno izlaganje na skupu međunarodnog značaja održanog na Učiteljskom fakultetu u Beogradu.
15. Vulfolk, A., Hjuz, M. i Volkap, V.(2014). Psihologija u obrazovanju II. Prevela sa engleskog Marina Vicanović. Beograd: Clio.
16. Zeljić, M. (2014). Metodički aspekti rane algebre. Beograd: Učiteljski fakultet.

Rada Šćepanović Elementary School "Milija Nikčević", Nikšić
Ph. D student at the Faculty of Education in Belgrade

PROBLEM TASKS ESTABLISHING TO ENFORCE CREATIVE ACCESS TO THE PROBLEM SOLVING

Summary: The quality of teaching and learning of mathematics depends on the tasks teachers give to students. Teaching contents are increasingly complemented by the introduction of problem mathematical tasks, in order to develop students' ability to solve problems. The main feature of the problematic tasks is that there is no known strategy for solving them, but, each time, mathematics knowledge is adapted and re-examined, in order to reach a new strategy that leads to the solution of tasks. The aim of this paper is to point out the importance of problem-solving skills to encourage the development of creative approaches to problem solving. The results obtained by the method of theoretical analysis show that finding a solution or predicting possible solutions is a necessary element of problem setting. It was concluded that classroom activities, using appropriate artifacts and interactive teaching methods, can encourage a more conscious approach to problem solving, as well as a positive attitude towards problem-setting. This requires specific teacher's knowledge in terms of problem design, content selection, appropriate context, and then knowledge in problem formulation. When assessing the issues they pose, teachers should pay attention to the pedagogical and mathematical significance of the given problem.

Key words: problematic tasks, creative problem solving, teacher role.
Рад је примљен 28. 11. 2018. године, а рецензиран 09. 02. 2019. године.